Problema 9.1.22.2.

Folosind rezoluţia generală demonstraţi că formulele următoare sunt tautologii (Teoremă Teorema de Corectitudine și Completitudine a calc. prop.):

U = A Ú (B® C) ® ((AÚ B)® (AÚ C))

? |= U

**Teorema de Corectitudine și Completitudine** a metodei rezoluției:

O mulțime de clauze S este inconsistentă dacă și numai dacă din S se derivează clauza vidă, □

**Teoremă**: |= U dacă și numai dacă din FNC (ØU) |– □

Metoda rezoluției este o metodă sintactică prin respingere (se neagă concluzia – ce a în dreapta simbolului de deducție/consecință logică)

Teorema de Corectitudine și Completitudine a calculului propozițional: |= U dacă și numai dacă |– U

**Varianta 1.**

Vom obține mulțimea de clauze a lui ØU aducând formula la FNC

ØU º Ø (A Ú (B® C) ® ((AÚ B)® (AÚ C)))

Pas1: Înlocuirea B® C º Ø BÚ C

ØU º Ø (Ø (A Ú (B® C)) Ú ((AÚ B)® (AÚ C)))

ØU º Ø (Ø (A Ú (Ø BÚ C)) Ú ((AÚ B)® (AÚ C)))

ØU º Ø (Ø (A Ú (Ø BÚ C)) Ú (Ø (AÚ B) Ú (AÚ C)))

Pas2: Aplicarea legilor lui DeMorgan

ØU º Ø (Ø (A Ú (Ø BÚ C)) Ú (Ø (AÚ B) Ú (AÚ C)))

ØU º (A Ú (Ø BÚ C)) Ù Ø (Ø (AÚ B) Ú (AÚ C))

ØU º (A Ú (Ø BÚ C)) Ù ((AÚ B) Ù Ø (AÚ C))

ØU º (A Ú (Ø BÚ C)) Ù ((AÚ B) Ù (ØA Ù ØC))

Pas intermediar: Asociativitatea lui Ù respectiv a lui Ú

ØU º (A Ú (Ø BÚ C)) Ù (AÚ B) Ù (ØA Ù ØC)

ØU º (A Ú Ø BÚ C) Ù (AÚ B) Ù (ØA Ù ØC)

ØU º (A Ú Ø BÚ C) Ù (AÚ B) Ù ØA Ù ØC

Nu e cazul să mai aplicăm Pasul4 (distributivitatea lui Ú față de Ù)

FNC (ØU) º (A Ú Ø BÚ C) Ù (AÚ B) Ù ØA Ù ØC

S={C1,C2,C3,C4}

C1= A Ú Ø BÚ C

C2= AÚ B

C3= ØA

C4= ØC

Practic, abia acum începem aplicarea metodei rezoluției

C5=RezB(C1, C2)=AÚ C

C6=RezA(C5, C3)=C

TCC

C7=RezC(C4, C6)=□ Þ S e inconsistentă, pe baza raționamentului prin respingere Þ |= U

Problema 9.1.19\*.

Folosind strategia saturării pe nivele verificaţi dacă au loc relaţiile:

2. p®(q Ú r Ù s),p,Øs|=q Ú s;

Teorema: U1, U2, ... Un |= V dacă și numai dacă mulțimea de clauze obținută din FNC(U1), FNC(U2), ... FNC(Un), FNC(ØV) este inconsistentă

U1= p®(q Ú r Ù s) º Øp Ú (q Ú r Ù s) º Øp Ú q Ú (r Ù s) º (Øp Ú q Ú r )Ù( Øp Ú q Ú s)

C1=Øp Ú q Ú r, C2=Øp Ú q Ú s

U2= p = C3

U3= Øs = C4

ØV= Ø(q Ú s) º Øq Ù Øs , C5=Øq , C4= Øs

S= { Øp Ú q Ú r, Øp Ú q Ú s, p, Øs, Øq }

S0 = S= { C1= Øp Ú q Ú r, C2= Øp Ú q Ú s, C3 = p, C4= Øs, C5= Øq }

C1, C2 nu rezolvă

C6=Rezp(C1, C3)= qÚr

C1, C4 nu rezolvă

C7=Rezq(C1, C5)= Øp Ú r

C8=Rezp(C2, C3)= qÚs

C9=Rezs(C2, C4)= Øp Ú q

C10=Rezq(C2, C5)= Øp Ú s

C3, C4 nu rezolvă

C3, C5 nu rezolvă

C4, C5 nu rezolvă

S0 = { C1= Øp Ú q Ú r, C2= Øp Ú q Ú s, C3 = p, C4= Øs, C5= Øq }

S1 ={ C6= qÚr , C7= Øp Ú r, C8= qÚs, C9= Øp Ú q ¸ C10= Øp Ú s }

C6, C1 nu rezolvă

C6, C2 nu rezolvă

C6, C3 nu rezolvă

C6, C4 nu rezolvă

C11=Rezq(C6, C5)= r

C6, C7 nu rezolvă

C6, C8 nu rezolvă

C6, C9 nu rezolvă

C6, C10 nu rezolvă

...

C11=Rezq(C7, C3)= r

...

C12=Rezq(C8, C4)= q

C13=Rezq(C8, C5)= s

...

C12=Rezp(C9, C3)= q

...

C14=Rezq(C9, C5)= Øp

...

C13=Rezp(C10, C3)= s

C14=Rezs(C10, C4)= Øp

...

S0 = { C1= Øp Ú q Ú r, C2= Øp Ú q Ú s, C3 = p, C4= Øs, C5= Øq }

S1 ={ C6= qÚr , C7= Øp Ú r, C8= qÚs, C9= Øp Ú q ¸ C10= Øp Ú s }

S2 ={ C11=r, C12=q, C13=s, C14= Øp}

...

C15=Rezq(C12, C5)=□ Þ S e inconsistentă, pe baza raționamentului prin respingere Þ are loc relația de consecință logică